

Здравствуйте!

Уважаемые обучающиеся, при возникновении вопросов, пишите мне на почту:
kobylyanskaya.nadya@yandex.ru

- ✓ Ознакомьтесь с содержанием урока.
- ✓ Ответьте на вопросы сначала устно, а потом письменно.
- ✓ Сделайте краткий конспект.
- ✓ Выполните задания.

27 марта 2020 г.

Тема урока: Случайное событие, его вероятность. Сложение и умножение вероятностей.

Цель урока: рассмотреть простейшие понятия теории вероятности

I. О теории вероятностей

Человечество всегда стремилось к некоторого рода предсказаниям. Любая наука основана на этом. Однако предвидение фактов не может быть абсолютным, каким бы



обоснованным оно не казалось. У нас не может быть абсолютной уверенности в том, что наше предвидение не будет опровергнуто опытом.

Допустим, что некоторый простой закон подтверждается для большого числа случаев. Является ли это просто случайным совпадением, или все-таки это - закономерность? Получается, что ученый часто находится в положении игрока; опираясь на метод индукции, он сознательно или не очень вычисляет вероятность.

История теории вероятности содержит очень много неожиданных парадоксов. По мнению Карла Пирсона, в математике нет другого такого раздела науки, в котором так же легко совершить ошибку. Даже само высказывание "вычислить вероятность" содержит парадокс. Ведь вероятность, в противоположность достоверности, есть то, чего не знают. Как же можно вычислять то, о чем нет никаких знаний?

Пользуясь классическим определением, можно сказать, что вероятность - это отношение числа случаев, благоприятствующих изучаемому событию, к полному числу возможных случаев.

Таким образом, придется дополнить определение: вероятность - это отношение числа случаев, благоприятствующих изучаемому событию, к полному числу возможных случаев, при условии, что эти случаи равновероятны. И вот мы определили вероятное при помощи вероятного.

Но как узнать, равновероятны ли два возможных случая? Не является ли это результатом некоторого условного соглашения? Если мы явно укажем условное соглашение перед вычислениями, то все будет хорошо. Но как мы применим результат на практике? Ведь тогда придется доказать состоятельность данного соглашения. Некоторые могут предположить, что простого здравого смысла достаточно, чтобы указать верное соглашение. Но описанные далее парадоксы противоречат, казалось бы, всякому здравому смыслу.

Тем не менее без теории вероятности не сможет существовать наука как таковая, ведь без нее мы не сможем ни открыть какой-нибудь закон, ни применять его.

II. Исторические сведения

Возникновение теории вероятностей как [науки](#) относят к [средним векам](#) и первым попыткам [математического анализа азартных игр](#) ([орлянка](#), [кости](#), [рулетка](#)).

Первоначально её основные понятия не имели строго математического вида, к ним можно было относиться как к некоторым [эмпирическим фактам](#), как к свойствам реальных событий, и они формулировались в наглядных представлениях. Самые ранние работы

учёных в области теории вероятностей относятся к XVII веку. Исследуя прогнозирование выигрыша в азартных играх, [Блез Паскаль](#) и [Пьер Ферма](#) открыли первые вероятностные закономерности, возникающие при бросании [костей](#).^[1]

Важный вклад в теорию вероятностей внёс [Якоб Бернулли](#): он дал доказательство [закона больших чисел](#) в простейшем случае независимых испытаний. В первой половине [XIX века](#) теория вероятностей начинает применяться к анализу ошибок наблюдений; [Лаплас](#) и [Пуассон](#) доказали первые предельные теоремы. Во второй половине [XIX века](#) основной вклад внесли русские учёные [П. Л. Чебышёв](#), [А. А. Марков](#) и [А. М. Ляпунов](#). В это время были доказаны [закон больших чисел](#), [центральная предельная теорема](#), а также разработана теория [цепей Маркова](#). Современный вид теория вероятностей получила благодаря [аксиоматизации](#), предложенной [Андреем Николаевичем Колмогоровым](#). В результате теория вероятностей приобрела строгий математический вид и окончательно стала восприниматься как один из [разделов математики](#).

III. Изучение нового материала

В классической математике работают с реальной моделью ситуации (например, встреча двух пешеходов), которая **однозначно описывается** с помощью математического аппарата. В жизни мы постоянно сталкиваемся с тем, что некоторое событие может произойти, а может и не произойти (например, не оговоренная заранее встреча двух друзей в кафе). Такие непредсказуемые события называют **случайными**. **Теория вероятностей** изучает различные модели случайных событий, их свойства и характеристики. Разумеется, эта теория не может однозначно предсказать, какое событие в реальности произойдет, но может оценить, какое событие наиболее вероятно. Естественно, как и во всей остальной математике, выбираемая модель **идеализирована** (например, смеси веществ считаются идеально перемешанными, изменение скорости тела происходит мгновенно и т. д.). Поэтому, как мы наблюдаем в жизни, почти небывалое событие происходит, а ожидаемое – нет.

Теперь разберемся с **основными понятиями** теории вероятности. При этом будем считать, что случайные события **равновероятны** (или **равновозможны**), – идеализированная модель.

Классическое определение вероятности. Вероятностью события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие A , к общему

числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

Для решения задач используют **алгоритм нахождения вероятности случайного события**. Необходимо определить:

- 1) число N всех равновозможных исходов данного испытания;
- 2) количество $N(A)$ исходов, в которых наступает событие A ;
- 3) частное $\frac{N(A)}{N}$ равняется вероятности события A , которое обо-

значают символом $P(A)$, т. е. $P(A) = \frac{N(A)}{N}$.

Пример 1

Найдем вероятность того, что при одном бросании игральной кости (кубика) выпадет: а) три очка; б) число очков, кратное трем; в) число очков больше трех; г) число очков, не кратное трем.

Всего имеется $N = 6$ возможных исходов: выпадение 1, 2, 3, 4, 5, 6 очков. Считаем, что эти исходы равновозможны.

а) Только при одном из исходов $N(A) = 1$ происходит интересующее нас событие A – выпадение трех очков. Вероятность этого события $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{1}{6}$.

б) При двух исходах $N(B) = 2$ происходит событие B : выпадение числа очков, кратных трем: выпадение или трех, или шести очков. Вероятность такого события: $P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

в) При трех исходах $N(C) = 3$ происходит событие C : выпадение числа очков больше трех: выпадение 4, 5 или 6 очков. Вероятность этого события $P(C) = \frac{N(C)}{N} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

г) Из шести возможных выпавших чисел четыре (1, 2, 4 и 5) не кратны трем, а остальные два (3 и 6) делятся на три. Значит, интересующее нас событие D наступает в четырех случаях, т. е. $N(D) = 4$. Вероятность такого события: $P(D) = \frac{N(D)}{N} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

При вычислении вероятности часто используют **правило умножения**. Для того чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний A и B , необходимо перемножить число всех исходов испытания A и число всех исходов испытания B .

Событие, которое происходит всегда, называют **достоверным** событием. Например, событие, состоящее в том, что при бросании игральной кости выпадет натуральное число очков. **Вероятность** достоверного события **равна 1**. Событие, которое не может произойти, называют **невозможным**. Например, выпадение 9 очков на игральной кости. **Вероятность** невозможного события **равна 0**. Таким образом, вероятность $P(A)$ некоторого события $0 \leq P(A) \leq 1$.

При решении некоторых задач удобно использовать **свойство вероятностей противоположных событий**. События A и B называют

противоположными, если всякое наступление события A означает ненаступление события B , а ненаступление события A – наступление события B . Событие, противоположное событию A , обозначают символом $\bar{A}$. Сумма вероятностей противоположных событий **равна 1**, т. е. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

Два события называют **несовместными**, если в одном и том же испытании они не могут произойти одновременно, т. е. наступление одного из них исключает наступление другого.

Имеем **правило сложения вероятностей**: если событие C означает, что наступает одно из двух несовместных событий A и B , то вероятность события C равна сумме вероятностей событий A и B .

На учениях летчик получил задание «уничтожить» три расположенных рядом склада боеприпасов. На борту самолета одна бомба. Вероятность попадания в первый склад равна 0,1, во второй – 0,15, в третий – 0,2. Любое попадание в результате детонации вызывает взрыв остальных складов. Найдем вероятность того, что склады будут уничтожены.

Обозначим события: A – попадание в первый склад, B – попадание во второй склад, C – попадание в третий склад (эти события несовместны), D – уничтожение складов. По правилу сложения вероятностей $P(D) = P(A) + P(B) + P(C) = 0,1 + 0,15 + 0,2 = 0,45$.

Два события называют **независимыми**, если наступление одного из них не влияет на вероятность наступления другого события.

Имеем **правило умножения вероятностей**: если событие C означает совместное наступление двух независимых событий A и B , то вероятность события C равна произведению вероятностей событий A и B , т. е. $P(C) = P(A) \cdot P(B)$.